TRAZADO DE LAS CURVAS DE MARCHA DE TRENES

CONOCIMIENTOS PREVIOS
RESISTENCIAS A LA TRACCIÓN

Cuando un tren marcha sobre un tramo de línea de características constantes (rampa, alineación) a una velocidad de circulación también constante, las resistencias al movimiento son equilibradas por el esfuerzo de tracción ejercido por los motores.

Al cambiar el régimen de marcha, o las características de la línea, las resistencias de inercia o las correspondientes a las nuevas condiciones del trazado deben ser superadas por la fuerza de tracción.

Las resistencias a la tracción son de naturaleza muy diversa, aunque en principio aparecen como función del peso y de la velocidad del tren, y pueden clasificarse de la siguiente manera:

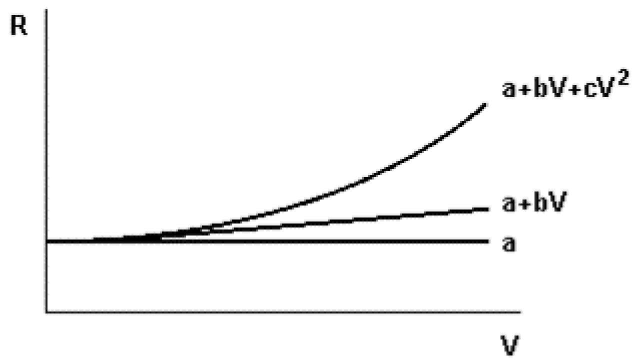
- Resistencias al avance
  - Resistencia a la rodadura
    - ✓ Por rozamiento en cojinetes
    - ✓ Por rozamiento entre rueda-riel
    - ✓ Por conicidad de la llanta
    - ✓ Por choques e irregularidades de la vía
    - ✓ Por pérdidas de energía en enganches y paragolpes
    - ✓ Por pérdidas de energía en la suspensión
  - Resistencia del aire
    - ✓ Por el rozamiento del aire durante la marcha y la presión de la masa de aire desplazada, ya sea en atmósfera calma o con viento
- Resistencias planialtimétricas
    - ✓ Por rampas
    - ✓ Por curvas
- Resistencias de inercia
    - ✓ Representadas por la energía necesaria para comunicar al tren su velocidad de régimen, partiendo del reposo o bien de un cambio en el régimen de marcha, y referida tanto a la velocidad de translación del tren como a la de rotación de las partes giratorias de los vehículos.

RESISTENCIA AL AVANCE

Las resistencias elementales a la tracción pueden expresarse en fórmulas deducidas analíticamente que permitan determinar para cada una de ellas la variación de la pérdida de energía con el peso y la velocidad de los vehículos. Sin embargo, su aplicación práctica necesita, en la mayoría de los casos, la introducción de datos y coeficientes obtenidos experimentalmente, y por otra parte, la diferenciación entre algunas resistencias elementales no es tan precisa que permita asegurar que la resistencia total representa la suma de aquéllas, sin repetición ni omisión. Por estos motivos es más frecuente el empleo de fórmulas empíricas basadas en experiencias realizadas y aplicables, evidentemente, sólo a la clase de vehículos en que se midieron.

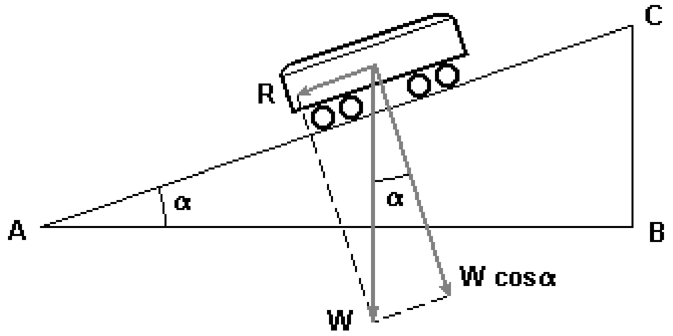
La resistencia al avance de un tren puede expresarse entonces

$$r = a + bV + cV^2 \text{ [kg/t]}$$



RESISTENCIA POR RAMPAS

Cuando un vehículo de peso total W circula por una rampa de inclinación i = tgα, el peso puede descomponerse en dos fuerzas: una, N = W cosα, normal a la vía y equilibrada por la resistencia de ésta, y otra R = W senα, en el sentido descendente de la vía, que representa la resistencia debida a la gravedad.



Si la pendiente se expresa en $^{o}/_{oo}$

$$\frac{i}{1000} = \frac{BC}{AB} \cong \frac{BC}{AC} = \frac{R}{1000W}$$

W [t] y R [kg]

de donde

R = i W

Y la resistencia específica a la tracción

R = i [kg/t]

Es decir, tantos kilogramos por tonelada como milésimas tiene la rampa de que se trata.

La rampa en subida resultará una resistencia para el tren en tanto que en bajada será una fuerza de aceleración.

Se utilizará la convención de + i para subida y – i para bajada.

RESISTENCIA POR CURVAS

Tiene su origen en tres causas principales:

- ✓ Solidaridad de ruedas y ejes, que origina un deslizamiento longitudinal.
- ✓ Paralelismo de los ejes dentro del bastidor rígido, que produce un deslizamiento transversal.
- ✓ Fuerza centrífuga, que origina un rozamiento de las pestañas sobre el riel exterior.

Una fórmula empírica muy utilizada es la siguiente:

$$r = 500\,\frac{a}{R}$$

a = trocha [m]
R = radio de la curva [m]

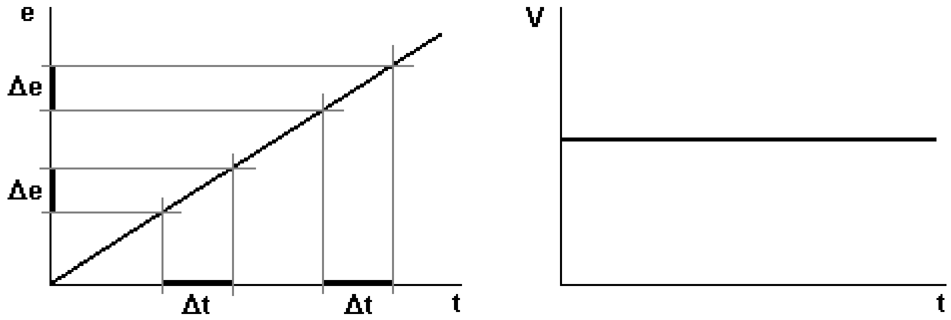
MOVIMIENTO UNIFORME

Si un cuerpo se mueve describiendo una trayectoria curvilínea de modo que la relación entre los espacios recorridos y los tiempos empleados en recorrerlos es constante, se dice que el movimiento es uniforme.

$$V = \frac{\Delta e}{\Delta t} = cte$$

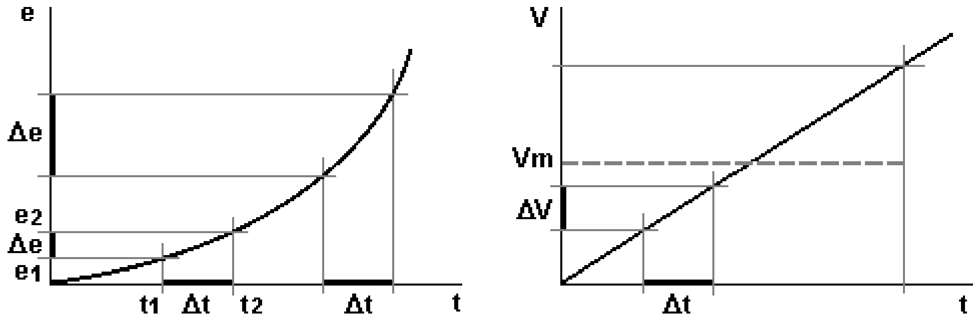
Los espacios recorridos durante tiempos iguales son iguales

$$\Delta e = V\,\Delta t$$



MOVIMIENTO VARIADO

Si la relación entre los espacios recorridos y los tiempos no es constante, el movimiento se llama variado.



La velocidad cambia a cada instante. Definimos como velocidad media en el intervalo t_2-t_1 al cociente

$$V_m = \frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1}$$

La relación $\Delta e/\Delta t$ varía sin cesar y converge hacia un límite que llamamos velocidad instantánea.

$$\lim_{t_2 \to t_1} \frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} = V$$

ACELERACIÓN

Cuando la velocidad es variable con el tiempo, se define como aceleración media en un intervalo t_2-t_1 al cociente entre los incrementos de velocidad y de tiempo

$$a_m = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

La aceleración en un instante dado, es el límite de este cociente

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Cuando la velocidad aumenta cantidades iguales en intervalos iguales de tiempo, el movimiento es uniformemente variado.

CÁLCULO DEL ESPACIO RECORRIDO

Si el movimiento fuera uniformemente variado

$$e = V_m\, t$$

Ya que a = cte

$$V_m = \frac{V}{2}$$

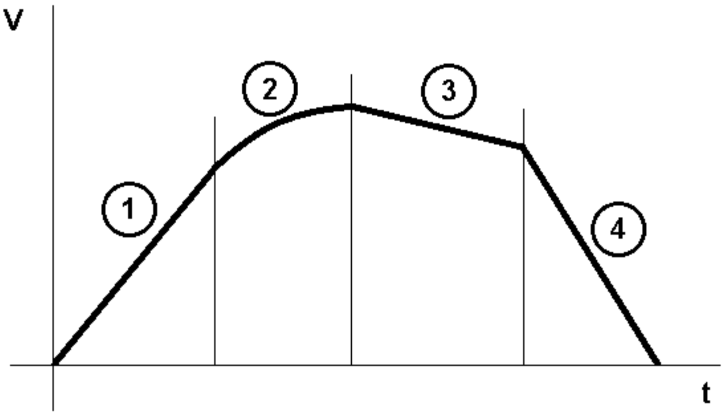
En función del tiempo:

$$e = \frac{V}{2}t \qquad V = at \qquad \boxed{e = \frac{1}{2}at^2}$$

En función de la velocidad:

$$e = \frac{V}{2}t \qquad t = \frac{V}{a} \qquad \boxed{e = \frac{V^2}{2a}}$$

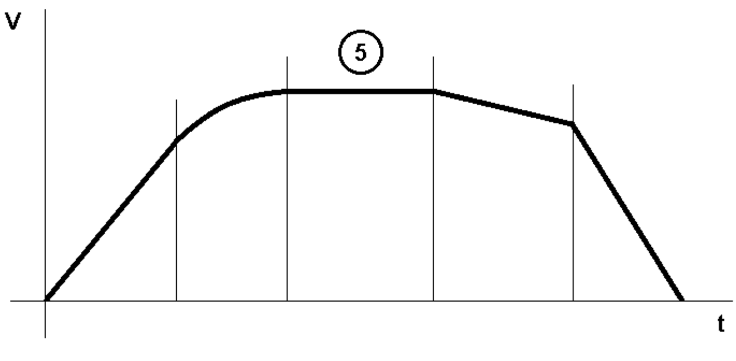
El proceso de marcha se representa graficando los valores de la velocidad V, el espacio recorrido s y la corriente de línea I en función del tiempo t.



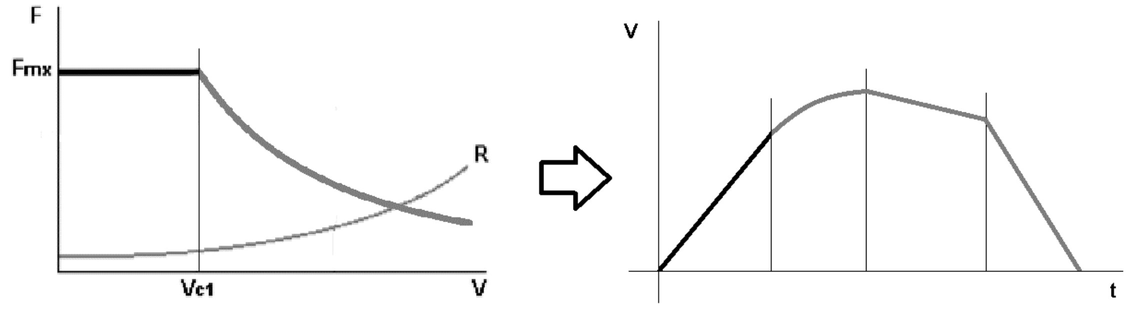
En cada tramo entre estaciones pueden distinguirse varias etapas de marcha:

1. Arranque con aceleración constante.
2. Marcha con aceleración decreciente.
3. Deriva (motores de tracción desconectados).
4. Frenado con deceleración constante.

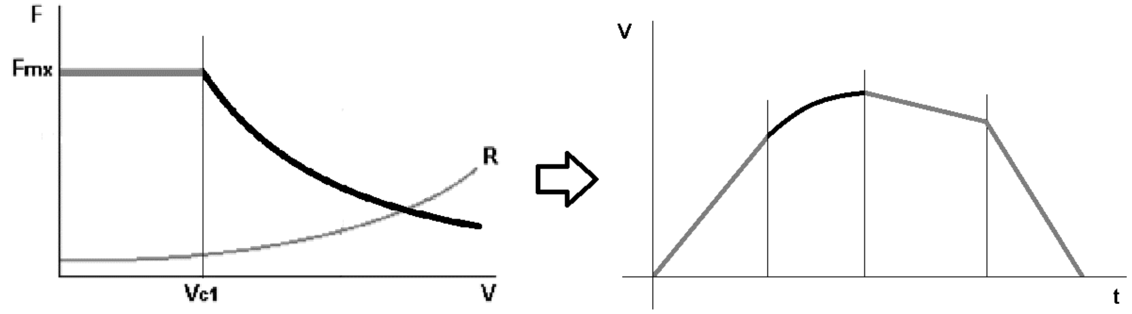
Si el tramo fuera de mayor longitud, debería agregarse una etapa de marcha con tracción a velocidad constante (5).



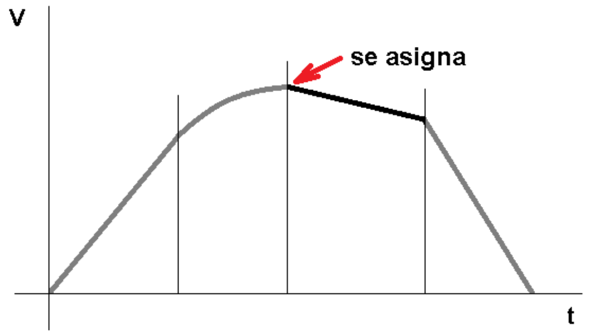
Para el tramo 1 de la curva de marcha: arranque con fuerza de tracción constante ⇒ aceleración constante. Considerar esta parte de la curva F-V



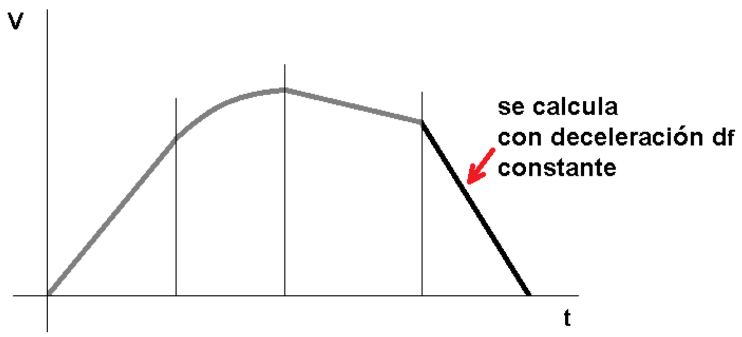
Para el tramo 2: marcha con fuerza de tracción inversamente proporcional a la velocidad ⇒ aceleración decreciente. Considerar esta parte



Para el tramo 3: condición de deriva ⇒ fuerza de tracción igual a cero. Tomar F_a = - R (resistencia al avance correspondiente a la velocidad de inicio de deriva).



Para el tramo 4: frenado. La deceleración de frenado de servicio d_f [m/s/s] es dato y se supone constante.



Para el tramo 5: marcha a velocidad constante. Para el espacio que se asigna a esta condición, calcular $\Delta t = \Delta s/V_m$

TRAZADO DE LAS CURVAS DE MARCHA DE TRENES A PARTIR DE LAS CARACTERÍSTICAS SUMINISTRADAS POR EL FABRICANTE

Datos de partida

Material rodante

Composición del tren: 4M 2TC cuatro coches motores + 2 coches cabina remolcados

4 motores por coche M $\Rightarrow$ 16 motores por tren

Masa del tren vacío: 272 t . Con máxima ocupación (condición AW4): 372.24 t

Masa de pasajeros por tren: 100 t.
Si el pasajero promedio tiene una masa de 75 kg $\Rightarrow 100x10^3/75 = 1333$ pasajeros/tren
Asientos en coche TC: 40. En coche M: 64 $\Rightarrow$ 40x2+64x4=336 asientos/tren.
Lo que arroja un índice de 3 pasajeros parados por cada pasajero sentado.

Deceleración de frenado: 1 m/s/s.

Recorrido

La distancia media entre estaciones es de 1000m.

Dada esta distancia relativamente corta, se adoptará una velocidad de corte de tracción de 60 km/h.

Duración de parada en estaciones: 20 s.

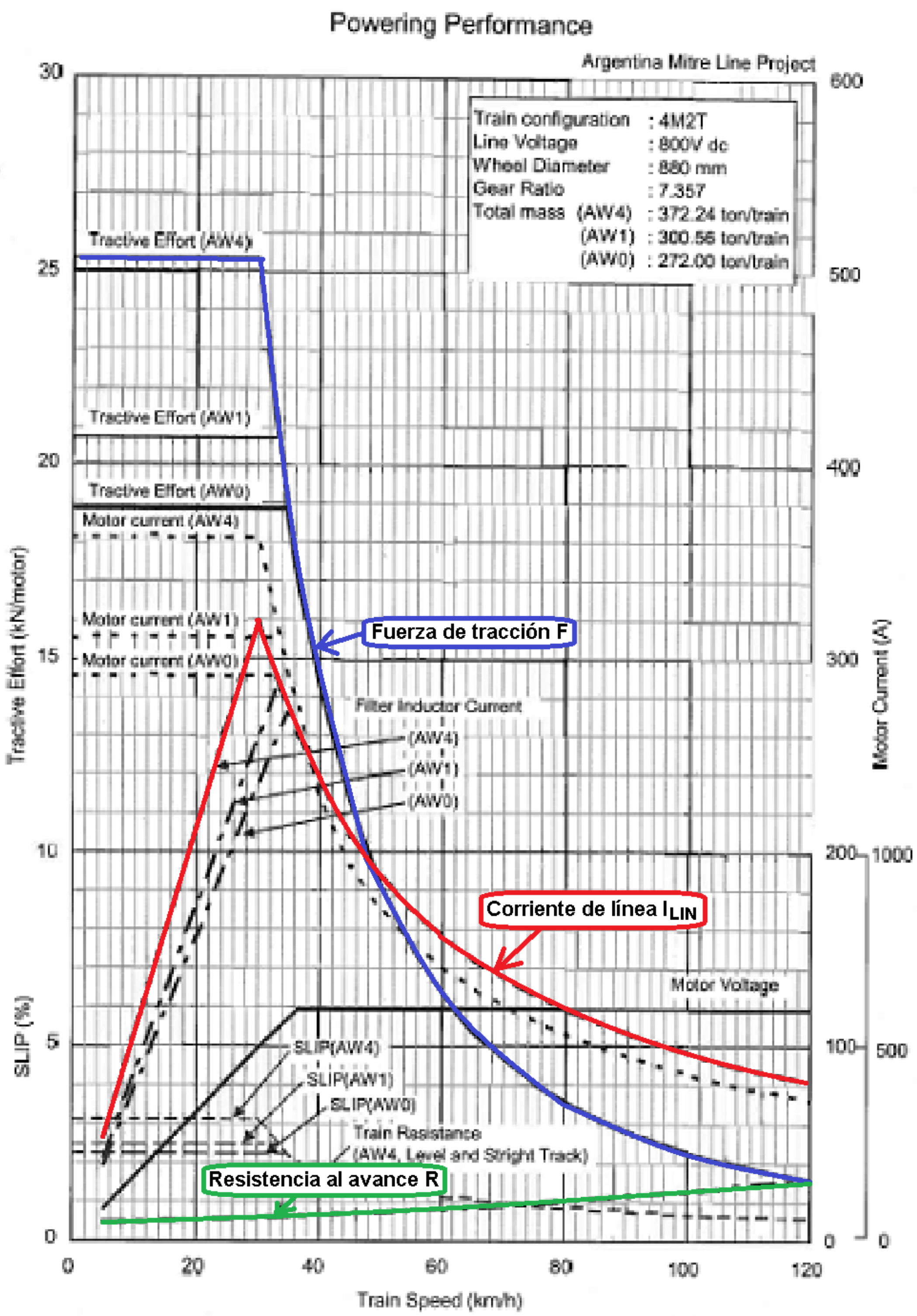
Curvas características del tren

En las curvas adjuntas pueden observarse:

- Fuerza de tracción F [kN/motor]
- Resistencia al avance R [kN/motor]
- Corriente de línea I_{LIN} [A/motor]

en función de la velocidad V del tren [km/h]

Todas las curvas resaltadas con color corresponden a la condición de carga AW4


Powering Performance
Argentina Mitre Line Project
Train configuration : 4M2T
Line Voltage : 800V dc
Wheel Diameter : 880 mm
Gear Ratio : 7.357
Total mass (AW4) : 372.24 ton/train
(AW1) : 300.56 ton/train
(AW0) : 272.00 ton/train
Tractive Effort (AW4)
Tractive Effort (AW1)
Tractive Effort (AW0)
Motor current (AW4)
Motor current (AW1)
Motor current (AW0)
Fuerza de tracción F
Filter Inductor Current
(AW4)
(AW1)
(AW0)
Corriente de línea I_{LIN}
Motor Voltage
SLIP(AW4)
SLIP(AW1)
SLIP(AW0)
Train Resistance
(AW4, Level and Stright Track)
Resistencia al avance R
Tractive Effort (kN/motor)
SLIP (%)
Motor Current (A)
Motor Voltage (V)
Train Speed (km/h)

Método de cálculo aproximado

En este método se supone que las variaciones de velocidad se realizan con aceleración constante en todos los intervalos en que se subdivide el tramo, para lo cual deben adoptarse incrementos de velocidad no muy grandes.

Aceleración constante supone fuerza de tracción constante, de tal manera que si se trata del tramo decreciente de la curva de F en función de V, deberá tomarse un valor medio.

Entonces, para la determinación de los valores cinemáticos V y s en función del tiempo:

- Se determina la fuerza de aceleración media como diferencia entre la fuerza de tracción y la resistencia al avance, para cada intervalo de velocidad seleccionado.
- Se determina la aceleración media en ese intervalo

$$a_m = \frac{F_{am}}{m}$$

- Se determina el espacio recorrido para pasar de V1 a V2

$$\Delta s = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a_m}$$

- Se determina el tiempo Δt

$$\Delta t = \frac{V_2 - V_1}{a_m}$$

Se insiste en que estas fórmulas sólo son válidas si puede suponerse aceleración constante en cada intervalo.

Cálculo

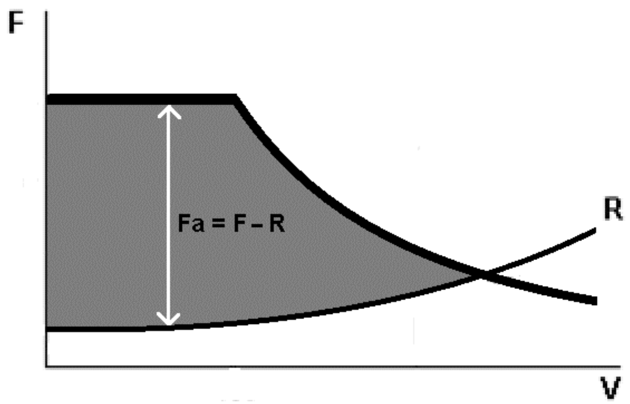
0 a 30 km/h

La fuerza de tracción es constante. Se supondrá la resistencia al avance también constante, correspondiente a 30 km/h, lo que implica fuerza de aceleración F_a = F − R constante.

Escala para fuerza de tracción (en la hoja original)

58 mm → 10 kN/motor
1 mm → 0.172 kN/motor

Se mide directamente la fuerza de aceleración F_a = F − R:



F_a = 0.172 kN/motor × 143 mm × 16 motores ≅ 394 kN
$F_{amed} = 394 \times 10^3$ kN

La aceleración media

$$a_{med} = \frac{394 \times 10^3}{372.24 \times 10^3} \frac{N}{kg} = 1.058 \; m/s/s$$

Lo que se acepta en primera instancia, para no modificar los datos de partida (corriente, por ejemplo). En un estudio más detallado, deberían verificarse las condiciones de adherencia.

El espacio recorrido

$$\Delta s \; [m] = \frac{V_2^2 [km/h]^2 - V_1^2 [km/h]^2}{3.6^2 \left[\frac{km/h}{m/s}\right]^2 \times 2 \times a_{med} \; [m/s/s]}$$

$$\Delta s = \frac{30^2}{3.6^2 \times 2 \times 1.058} = 32.81 \cong 33 \; m$$

El tiempo empleado

$$\Delta t \; [s] = \frac{V_2[km/h] - V_1[km/h]}{3.6 \left[\frac{km/h}{m/s}\right] \; a_{med}[m/s/s]}$$

$$\Delta t = \frac{30}{3.6 \times 1.058} = 7.876 \cong 8 \; s$$

30 a 40 km/h

Debe tomarse una fuerza de aceleración media entre F_{a30} y F_{a40}

$$F_{a40} = 0.172 \times 80 \times 16 = 220.16 \cong 220 \text{ kN}$$

$$F_{amed} = \frac{394 + 220}{2} \times 10^3 = 307 \times 10^3 N$$

$$a_{med} = \frac{307 \times 10^3}{372.24 \times 10^3} = 0.825 \; m/s\,/s$$

$$\Delta s = \frac{40^2 - 30^2}{3.6^2 \times 2 \times 0.825} = 32.73 \cong 33 \; m$$

$$\Delta t = \frac{40 - 30}{3.6 \times 0.825} = 3.36 \cong 4 \; s$$

Se sigue el mismo procedimiento de cálculo para intervalos de velocidad de 10 km/h, hasta llegar a la velocidad adoptada de corte de tracción para este tramo.

40 a 50 km/h

$$\Delta s \cong 72 \text{ m}$$
$$\Delta t \cong 6 \text{ s}$$

50 a 60 km/h

$$\Delta s \cong 140 \text{ m}$$
$$\Delta t \cong 10 \text{ s}$$

Suma de espacios en arranque:

$$\Sigma \, \Delta s = 33 + 33 + 72 + 140 = 278 \text{ m}$$

Cálculo del espacio de frenado Δs_f con d_f = 1 m/s/s

Se supone la velocidad inicial de frenado igual a la velocidad de corte de tracción, 60 km/h. Debe hacerse así, porque no se conoce la velocidad final de deriva. Después se reajustará.

$$\Delta s_f = \frac{60^2}{3.6^2 \times 2 \times 1} = 138.88 \cong 139\ m$$

Entonces queda un espacio de deriva de

$$\Delta s_d = 1000 - 278 - 139 = 583 \text{ m}$$

Se calculará la deceleración de deriva (a 60 km/h) como relación entre la fuerza aplicada, que es la resistencia al avance a 60 km/h y la masa del tren:

$$d_d\ [m/s/s] = \frac{R_d[N]}{m[kg]}$$

Del gráfico

$$R_{d60} = 0.172 \times 5 \times 16 = 13.76 \cong 14 \text{ kN}$$

$$d_d = \frac{14 \times 10^3}{372.24\ \times\ 10^3} = .038\ m/s/s$$

Velocidad final de deriva
De la fórmula

$$\Delta s = \frac{V_2^2 - V_1^2}{3.6^2 \times 2 \times d_d}$$

Se despeja

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 - 3.6^2 \times 2 \times d_d \times \Delta s}$$

$$V_2 = \sqrt{60^2\ - 3.6^2 \times 2 \times 0.038 \times 583} = 55\ km/h$$

El tiempo de deriva

$$\Delta t_d = \frac{60 - 55}{3.6 \times 0.038} = 36.55 \cong 37\ s$$

Se reajustará la deceleración de frenado, teniendo en cuenta que como la velocidad inicial es menor, puede aplicarse una deceleración menor.

$$d_f = \frac{55^2}{3.6^2 \times 2 \times 139} = 0.84\ m/s/s$$

$$\Delta t_f = \frac{55}{3.6 \times 0.84} = 18.188 \cong 18\ s$$

Con lo que quedan determinados todos los valores cinemáticos. Ver cuadro adjunto al final.

DETERMINACIÓN DE LA CORRIENTE MEDIA CUADRÁTICA I_{RMS}

Para calcular el calentamiento de las máquinas eléctricas, ya sean transformadores o motores, son factores necesarios la corriente I y el tiempo t durante el cual circula la corriente, siendo la energía convertida en calor expresada por la fórmula

$$W = R\ I^2\ t\ [Joule]$$

R es la resistencia de los devanados de la máquina.

Si la corriente fuera constante durante el tiempo t, el cálculo de la energía resultaría inmediato. Pero si la corriente varía, puede suponerse que durante un corto intervalo de tiempo Δt la corriente tiene el valor constante I.

Entonces, para calcular la energía total convertida en calor debe evaluarse la suma de todos los productos $I^2\Delta t$, con lo que

$$W = R\,\Sigma I^2 \Delta t$$

Ahora bien, esta cantidad de calor podría haberse conseguido con una corriente constante I_{RMS} (root mean squared: valor medio cuadrático) en el tiempo total T:

$$W = R\, I_{RMS}^2 T$$

Igualando las dos últimas expresiones resulta

$$I_{RMS}^2 T = \Sigma I^2 \Delta t$$

De donde

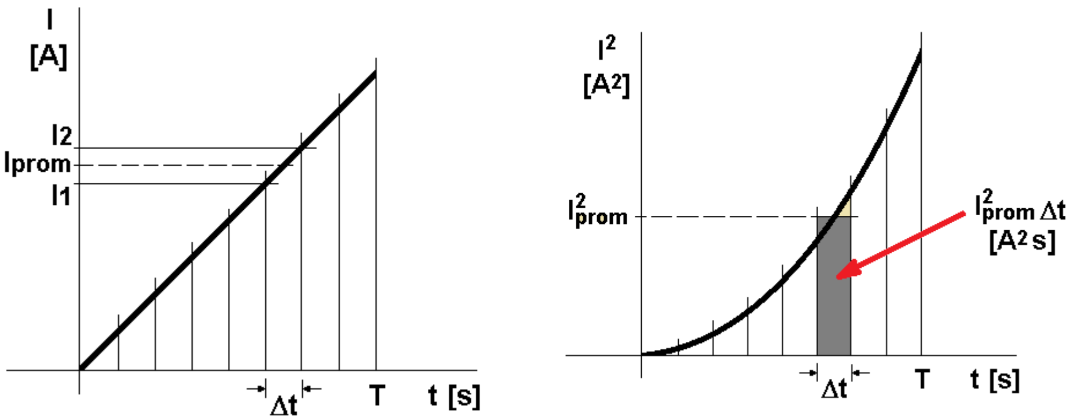
$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{\Sigma I^2 \Delta t}{T}} \quad [A]$$

El tiempo total T incluye el tiempo de parada en la estación correspondiente a cada tramo.

Cálculo del valor medio cuadrático I_{RMS} a partir de las curvas del fabricante

Para cada incremento de velocidad comprendido entre los valores V_2 y V_1, se toman del gráfico los valores correspondientes de la corriente de línea y se calcula el valor promedio:

$$I_{prom} = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

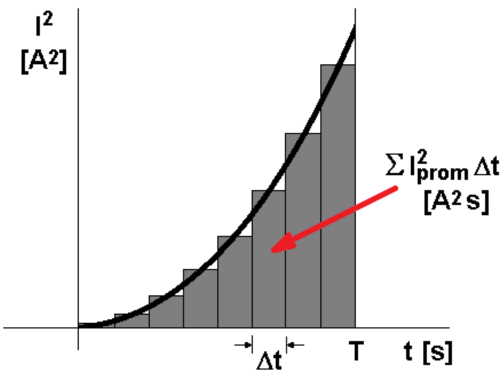


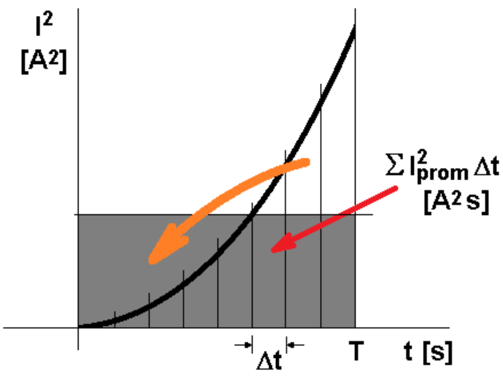
Este valor se eleva al cuadrado y se multiplica por el intervalo de tiempo Δt entre las velocidades V2 y V1 previamente calculado, resultando entonces el producto

$$I_{prom}^2 \Delta t \; [A^2 s]$$

De acuerdo a lo expresado anteriormente, se debe efectuar la sumatoria de estos productos

$$\Sigma\, I_{prom}^2 \Delta t \; [A^2 s]$$

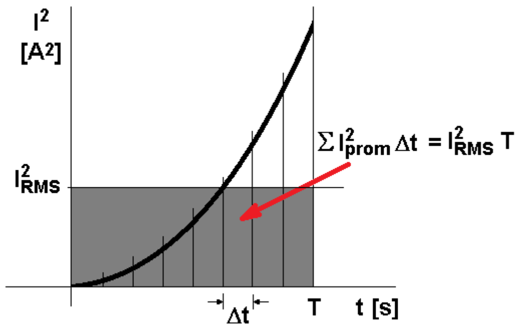




Tener en cuenta que después del inicio de deriva, la corriente es cero. Pero la IRMS se refiere al tiempo total para recorrer el tramo, por lo que debe dividirse la sumatoria por el tiempo empleado en recorrer el tramo más el tiempo de parada en estación.

Aplicando la fórmula ya deducida

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{\Sigma I_{prom}^2 \Delta t}{T}}$$



0 a 30 km/h

Valores de corriente de línea por lectura directa en el gráfico

$$I_0 \cong 0$$

$$I_{30} = 320 \text{ A/motor} \times 16 \text{ motores} = 5120 \text{ A}$$

$$I_{prom} = \frac{5120}{2} = 2560\ A$$

$$I_{prom}^2 \Delta t = 2560^2 \times 8 = 52.429 \times 10^6\ A^2 s$$

30 a 40 km/h

$$I_{40} = 235 \times 16 = 3760 \text{ A}$$

$$I_{prom} = \frac{5120 + 3760}{2} = 4440\ A$$

$$I_{prom}^2 \Delta t = 4440^2 \times 4 = 78.854 \times 10^6\ A^2 s$$

De la misma forma se procede para los siguientes intervalos hasta 60 km/h, velocidad de corte de tracción. Ver tabla.

Se hace la sumatoria

$$\Sigma\, I_{prom}^2 \Delta t = 279.043 \times 10^6\ A^2 s$$

Y finalmente

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{279.043 \times 10^6}{83 + 20}} = 1.646 \times 10^3 = 1646\ A$$

V [km/h]	Δt [s]	t [s]	Δs [m]	s [m]	I_{LIN} [A]	I_{PROM} [A]	$I_{PROM}^2 \Delta t$ [A^2s]
0		0		0	0		
	8		33			2560	52.429×10^6
30		8		33	5120		
	4		33			4440	78.854×10^6
40		12		66	3760		
	6		72			3400	69.360×10^6
50		18		138	3040		
	10		140			2800	78.400×10^6
60		28		278	2560		
	37		583				
55		65		861	0		
	18		139				
0		83		1000	0